

طرفین را بتوان ۲ می‌رسانیم:

$$4(x-1)^2 + 4y^2 = (x+2)^2 + y^2 \quad (1 \text{ نمره})$$

با ساده‌سازی طرفین معادله فوق خواهیم داشت:

$$3y^2 + 3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow y^2 + x^2 - 4x = 0 \quad (1 \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow y^2 + (x-2)^2 = 4 \quad (5/5 \text{ نمره})$$

بنابراین مکان هندسی دایره‌ای به مرکز $(2, 0)$ و به شعاع ۲ می‌باشد. (5/5 نمره)

(۲) الف) روش اول - در ابتدا قدر می‌دهیم $y = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$. حال با تأثیر تابع $\ln$ به طرفین این معادله خواهیم داشت:

$$\ln y = \frac{\ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)}{x^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)}{x^2} = \frac{0}{0} \quad (5/5 \text{ نمره})$$

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{2x^2 \cos x} = \frac{0}{0}$$

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{4\sin x + 2x \cos x} = \frac{0}{0}$$

(5/5 نمره)

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{6\cos x - 2x \sin x} = -\frac{1}{6}$$

(5/5 نمره)

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} y = e^{-\frac{1}{6}} \quad (5/5 \text{ نمره})$$

روش دوم - داریم:

$$\text{جواب} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{\sin x}{x} - 1\right)} \quad (5/5 \text{ نمره})$$

الآن حد موجود در توان را بدست می‌آوریم.